

# Etude numérique des interactions thermiques entre un écoulement compressible et une tuyère multicouche

S. ABBOUDI, J. DENG, M. IMBERT

*Laboratoire Systèmes et Transports, Département Mécanique et Conception, Université de Technologie de Belfort Montbéliard, site de Sévenans, 90010 Belfort Cedex France.*

## Résumé :

*Dans ce travail, on présente une étude numérique du comportement thermique et thermomécanique d'une tuyère traversée par un écoulement gazeux supersonique. Le premier couplage de nature thermique permet d'obtenir le champ de température dans la paroi solide à partir de celui calculé dans le domaine fluide. Il sera utilisé ensuite pour réaliser le second couplage de type thermomécanique. Les résultats, présentés pour deux types de matériaux, montrent des changements de la géométrie notamment au niveau du col et de la sortie de la tuyère.*

**Mots clés :** compressible, tuyère multicouche, couplage thermique, thermomécanique.

## Abstract:

*In this work, we present a two-dimensional numerical study of the thermal and thermo-mechanical behaviour of a supersonic nozzle gas flow. The thermal coupling with the fluid domain allows to obtain the temperature field in the solid wall which will be used for thermal-mechanical coupling. The results, presented for two different materials show a change of the geometry, in particularly at the throat and the exit of the nozzle.*

**Keywords:** compressible, multilayer nozzle, thermal coupling, thermo-mechanical.

## 1 Introduction

L'étude du comportement dynamique et thermique d'un écoulement compressible ne peut être complète sans la prise en compte des effets de couplage avec la paroi [1-2]. En effet, la nécessité d'utiliser des structures de paroi épaisses est justifiée par le niveau des températures mises en jeu au sein de ces tuyères. La prise en compte, d'une part du couplage thermique fluide-paroi [3-4] et d'autre part du couplage thermique et mécanique [5-6] au sein même de la structure de paroi, ne peut donc être négligée. Une recherche optimale des conditions d'utilisation doit être réalisée en fonction des objectifs à atteindre et des contraintes à respecter. Les objectifs peuvent s'exprimer par exemple, par des fonctions relatives au rendement de la tuyère en termes d'efficacité ou d'impulsion spécifique. Les contraintes peuvent traduire, en fonction de la nature et de la structure de la paroi et des conditions d'utilisation extérieures, soit des limites thermiques à ne pas dépasser (température de fusion par exemple), soit des limites sur les conditions d'échange (refroidissement par exemple) avec l'extérieur [7].

Au cours de ce travail, on présente les résultats obtenus en utilisant une technique de couplage entre les codes numériques, développés en Fortran, pour résoudre simultanément le problème de l'écoulement fluide dans une tuyère et le problème thermique de la paroi. Les résultats sont d'abord validés avec les travaux de la bibliographie avant d'être exploités par une analyse paramétrique [8]. Par la suite, on exploite la connaissance du champ thermique de la paroi pour étudier son comportement thermomécanique sur des exemples de parois monocouche puis bicouche.

<b>Nomenclature</b>		$\alpha$	demi-angle du divergent, °, coefficient dilatation
$C_p$	chaleur spécifique à pression constante, J/(kg.K)	$\alpha_s$	diffusivité thermique du solide m <sup>2</sup> /s
$e$	épaisseur, cm	$\beta$	demi-angle du convergent, °
$E$	énergie totale massique, m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> , module Young, GPa	$\varepsilon$	rapport d'aires
$h$	coefficient d'échange, W/(m <sup>2</sup> .K)	$\rho$	densité du gaz, kg/m <sup>3</sup>
$k$	conductivité, W/(m.K)	$\tau$	tenseur de contrainte visqueuse
$n$	normal à la paroi	$\xi, \eta$	coordonnées adimensionnelles
$P$	pression, bar	$\nu$	coefficient de Poisson
$\Re$	constante spécifique du gaz, J.kg/K	$\sigma$	contrainte
$t$	temps, s	<b>Indices/Exposants</b>	
$T$	température, K	$0$	condition du réservoir
$u, v$	composantes de la vitesse	$a$	ambiant
$x, y$	coordonnées dimensionnelles, m	$e, s$	entrée, sortie
<b>Lettres Grecques</b>		$p$	paroi

## 2 Modèle physique

### 2.1 Equations générales

Les équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour des écoulements laminaires bidimensionnelles de fluides compressibles visqueux peuvent s'écrire sous la forme conservative vectorielle suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Les vecteurs U, F et G sont définis par :

$$U = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E)^T \quad (2)$$

$$F = (\rho u, \rho u^2 + p - \tau_{xx}, \rho uv - \tau_{xy}, \rho Eu + pu - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - q_x)^T \quad (3)$$

$$G = (\rho v, \rho uv - \tau_{xy}, \rho v^2 + p - \tau_{yy}, \rho Ev + pv - u\tau_{xy} - v\tau_{yy} - q_y)^T \quad (4)$$

Ce système d'équations est complété par l'équation d'état du gaz parfait. Le gaz utilisé ici est l'azote (N<sub>2</sub>).

$$P = \rho \Re T \quad (5)$$

Dans le solide, l'équation de bilan thermique en régime transitoire s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_s \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad 0 \leq x \leq L_T \text{ et } y_p(x) \leq y \leq y_p(x) + e_p \quad (6)$$

### 2.2 Transformation des équations

Les domaines physiques du solide et du fluide sont rendus adimensionnels et rectangulaires en utilisant respectivement les transformations :

$$\xi_f(x) = \frac{x}{y_{col}} \text{ et } \eta_f(x) = 1 - \frac{y}{y_p(x)} \quad (7)$$

$$\xi_s(x) = \frac{x}{y_{col}} \text{ et } \eta_s(x) = \frac{y - y_p(x)}{e_p} \quad (8)$$

Le domaine du fluide est donc limité par l'axe de la tuyère  $\eta_f=1$  et par son interface avec la paroi  $\eta_f=0$ . Celui de la paroi solide est limité par son interface avec le fluide  $\eta_s=0$  et sa surface extérieure  $\eta_s=1$ . Les deux domaines sont limités en amont en  $\xi_f=0$  et aval en  $\xi_f=\xi_{max}$ .

Le découpage des domaines fluide et solide est régulier suivant  $\xi$ . Afin de prendre en compte les effets

dissipatifs, le maillage suivant  $\eta$ , est considéré variable dans le domaine du fluide, [9-10].

## 2.3 Conditions aux limites et initiales

Pour le domaine du fluide, au niveau de la frontière amont ( $\xi_f=0$ ), la température et la pression sont fixées en utilisant des relations isentropiques entre le réservoir et la section d'entrée. Le débit massique est obtenu par une extrapolation linéaire à chaque itération et la vitesse est calculée à partir du débit massique. Au niveau de la frontière aval ( $\xi_f=\xi_{max}$ ), toutes les grandeurs sont extrapolées linéairement. Sur l'axe, les conditions de symétrie sont imposées et à la paroi, les conditions de non-glissement sont appliquées pour la vitesse. La température est obtenue à partir du couplage avec la paroi. Les solutions obtenues par les relations isentropiques sont utilisées comme condition initiale pour le domaine fluide.

Pour le domaine du solide, les frontières amont et aval ( $\xi_f=0$  et  $\xi_f=\xi_{max}$ ), sont supposées adiabatiques. Le flux de la chaleur calculé dans le domaine fluide, est imposée comme conditions aux limites à l'interface paroi-fluide. La surface extérieure de la paroi est soumise à condition d'échange par convection simulant des conditions de refroidissement de la tuyère. Le domaine solide est initialisé avec une température constante : 300 K.

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_a) \quad (9)$$

## 2.4 Problème thermomécanique

L'étude est limitée au cas thermo-élastique bidimensionnel en contraintes planes. Dans ces conditions, le problème thermique basé sur un couplage classique, s'écrit :

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \cdot \text{grad} T) + T \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \frac{\partial \dot{\epsilon}_e}{\partial t} \quad (10)$$

Le terme  $T \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \frac{\partial \dot{\epsilon}_e}{\partial t}$  réalisant le couplage dans le sens mécanique thermique est directement proportionnel à la vitesse de déformation élastique. Le calcul de ce terme a montré qu'il est très faible dans la plupart des cas [11]. Son effet se manifeste pour des problèmes de dynamiques rapides (choc mécanique par exemple). On se ramène alors l'équation de bilan thermique (6) décrite ci-dessus.

Le comportement mécanique est alors décrit par la relation contraintes déformations de Duhamel-Neuman, prenant en compte les effets thermiques :

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ij}(T - T_0) \quad (11)$$

Et de Naviers :

$$\rho f_i = \rho \ddot{u}_i + (D_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ij}(T - T_0))_{,j} \quad (12)$$

Dans l'équation (12), les termes  $\rho \ddot{u}_i$  traduisant les effets dynamiques et  $\rho f_i$  représentant les forces de volumes sont supposés négligeables. On obtient alors :

$$(D_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ij}(T - T_0))_{,j} = 0 \quad (13)$$

Les déformations observées seront donc uniquement d'origine thermique  $\epsilon = \epsilon^{th}$ .

Rappelons que dans le cas d'une hypothèse de travail en contraintes planes, on obtient les relations suivantes :  $u = (u_x, u_y)^T$ ,  $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^T$ ,  $\epsilon = (\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy})^T$ ,  $\epsilon^{th} = (\alpha_x \Delta T, \alpha_y \Delta T)^T$ ,  $\alpha = \alpha_x = \alpha_y$

$$\text{et } D = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \text{ avec } \epsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\epsilon_x + \epsilon_y).$$

## 3 Méthode Numérique

### 3.1 Domaine fluide

L'équation (1) est résolue dans le domaine calcul par un schéma explicite aux différences finies de type MacCormack et une technique de décomposition de l'opérateur bidimensionnel en une séquence d'opérateurs monodimensionnels (time splitting) dans les directions  $\xi$  et  $\eta$ , [9-10].

$$U_{i,j}^{n+1} = L_{\eta}(\Delta t_{\eta}) L_{\xi}(\Delta t_{\xi}) L_{\eta}(\Delta t_{\eta}) U_{i,j}^n \quad (14)$$

### 3.2 Domaine solide

L'équation de conduction (6) est discrétisée par un schéma aux différences finies implicite. Le système matriciel résultant (à 9 diagonals) est résolu à chaque itération par une procédure SIP (Strongly Implicit Procedure) modifiée.

### 3.3 Technique de couplage

La méthode de couplage fluide-paroi, couramment utilisée, consiste à résoudre séparément les problèmes dans le fluide et dans le solide et d'échanger des quantités physiques au niveau de l'interface entre les deux milieux. La nature des quantités échangées détermine le type de couplage utilisé. Dans ce travail, nous avons utilisé celui proposé par Chemin [3] et Liu [4]. Ainsi une itération de calcul consiste donc à :

1. Calculer le champ de température dans le fluide.
2. En déduire le flux de chaleur à l'interface.
3. Calculer le champ de température dans le solide en imposant le flux de chaleur, calculé en 2, à l'interface.
4. En déduire la température à l'interface et l'imposer au fluide comme condition aux limites et retour à l'étape 1.

### 3.4 Couplage thermomécanique

Le champ thermique transitoire calculé dans le domaine solide est introduit dans le code ANSYS pour analyser le comportement mécanique de la tuyère. Le langage APDL est utilisé pour réaliser le transfert des données thermiques entre le code développé pour le couplage paroi-fluide et ANSYS. Rappelons que l'étude mécanique est limitée uniquement au cas thermo-élastique et que les aspects dynamiques sont supposés négligeables et que les sollicitations extérieures sont uniquement d'origine thermique.

Le calcul des champs de déplacements et de déformations est obtenu à chaque instant. Les champs de contraintes sont ensuite calculés à partir des relations déformations/contraintes.

## 4 Résultats et discussions

La figure 1a montre un schéma de la tuyère étudiée. Ses caractéristiques géométriques et les conditions génératrices et pariétales sont présentées dans la table 1.

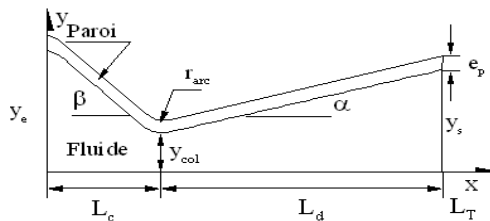


Figure 1a : Schéma de la tuyère étudiée.

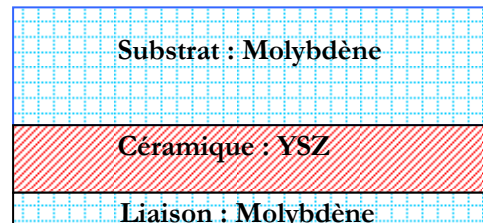


Figure 1b. Schéma de la paroi bicouche.

$\beta$	$\alpha$	$y_{col} (cm)$	$\varepsilon_e$	$\varepsilon_s$	$L_t (cm)$	$e_p (cm)$	$P_0 (bar)$	$T_0 (^\circ K)$	$h W/(m^2.K)$
$20^\circ$	$45^\circ$	1,5	6	3	17,5	1,5	2,5	2300	0

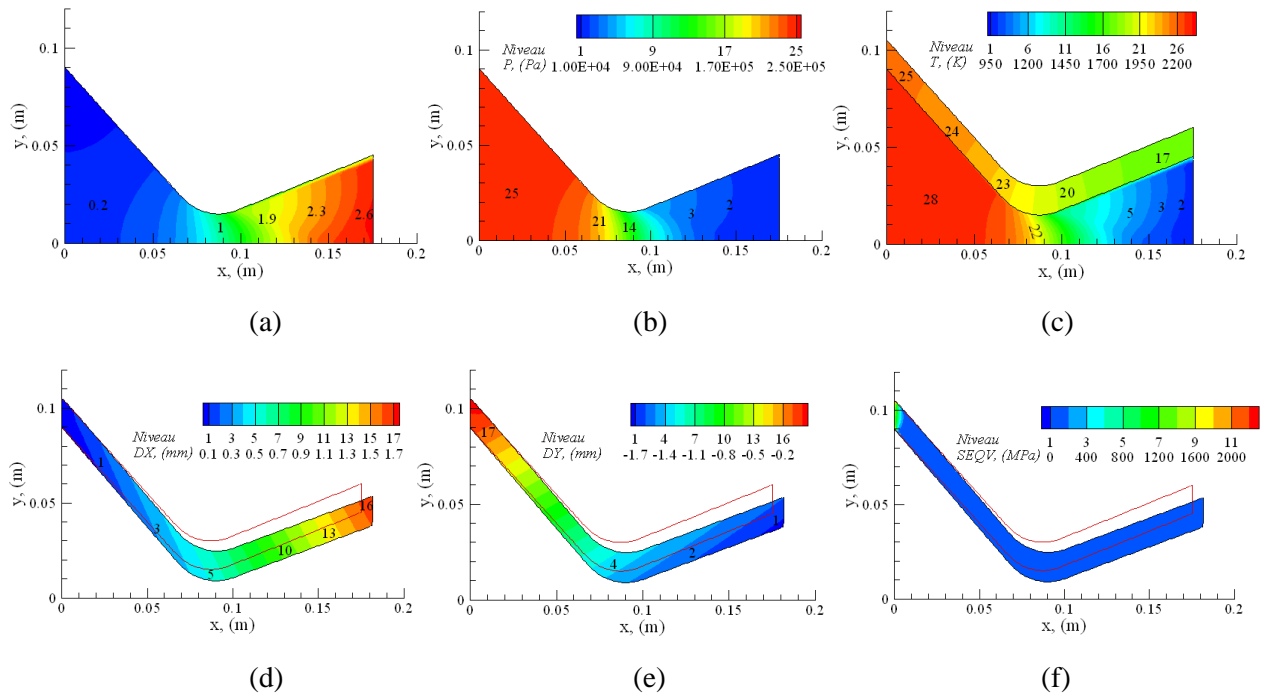
Table 1. Caractéristiques de la tuyère étudiée.

## 4.1 Cas d'une tuyère monocouche

Le premier exemple traite le cas d'une tuyère avec une paroi monocouche en molybdène, voir table 2. Les courbes présentées sur les figures 2 sont le résultat d'une simulation complète prenant en compte le couplage thermique entre l'écoulement fluide et la paroi et thermomécanique dans la paroi. Dans cet exemple, la paroi est supposée adiabatique et fixée sur le côté gauche. Les premières observations montrent une forte concentration des températures, due à l'importance des échanges avec le fluide dans le convergent, et des contraintes au voisinage de la face fixée puisque le reste de la tuyère est libre de se déformer. La forme finale de la tuyère montre qu'elle a subi des déformations négatives selon  $oy$  et positives selon  $ox$  ce qui se traduit par des changements visibles au niveau du divergent et du col. Sur toutes les figures, nous avons superposé les configurations initiales, en couleur rouge et celles déformées de la tuyère avec un facteur d'amplification égal à 4.

Propriétés	$k$ (W/m.K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/kgK)	$T_f$ (K)	$\alpha$ (10 <sup>-6</sup> /K)	$\nu$	$E$ (GPa)
Mo (substrat)	83.7	9588	318	2610	6.6	0.356	110
YSZ	1.12	5600	590	-	11.5	0.26	32

Table 2. Propriétés thermiques et mécaniques des matériaux étudiés.



Figures 2. Tuyère monocouche en molybdène : (a) IsoMachs, (b) Isobares, (c) Isothermes, (d) Iso-déplacements  $D_x$ , (e) Iso-déplacements  $D_y$ , (f) Iso-contraintes de Von Mises Seqv.

## 4.2 Cas d'une tuyère bicouche

Le deuxième exemple consiste en une tuyère avec une paroi bicouche, de type barrière thermique, présentée sur la figure 1b ci-dessus. Les figures 3 ont été obtenues avec une condition de paroi adiabatique. Si le niveau des températures reste similaire au premier cas avec une paroi monocouche, les déformations résultant sont en revanche complètement différentes. Les deux cas subissent des déformations axiales vers l'avant et opposées selon l'axe  $y$  (positive pour le cas bicouche et négative pour le cas monocouche). Les variations observées sont  $y_{col}=16$  mm et  $y_s=50$  mm soit  $\varepsilon_s = 3,125$  pour le cas bicouche et  $y_{col}=13,6$  mm et  $y_s=43,3$  mm soit  $\varepsilon_s = 3,184$  pour le cas monocouche).

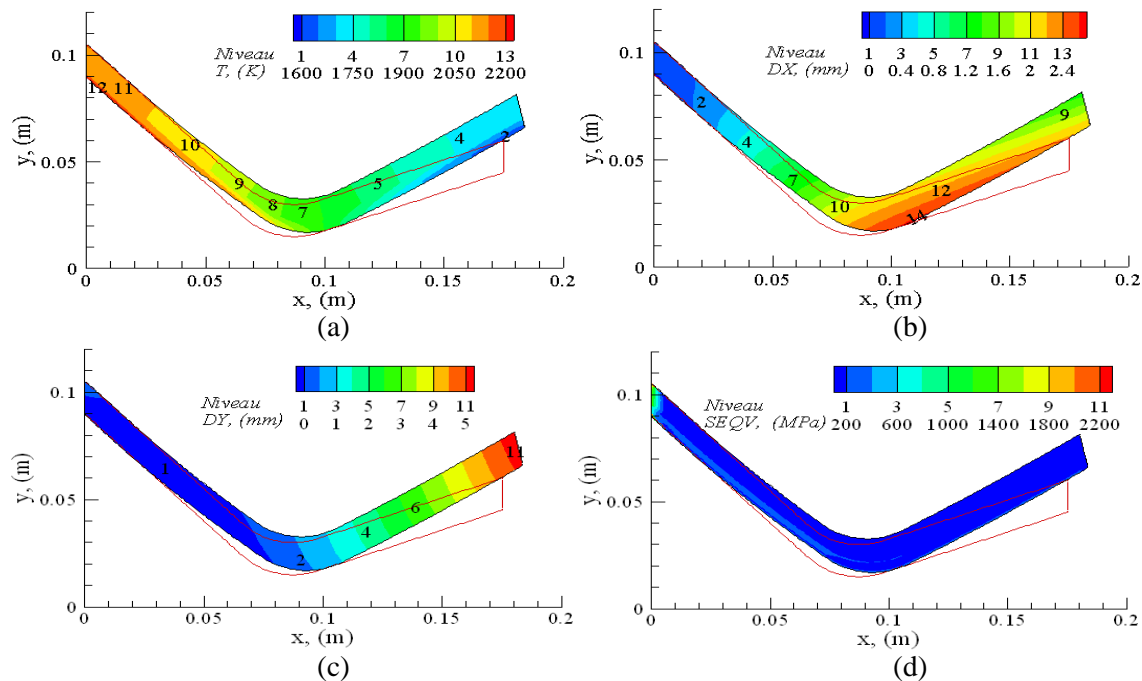


Figure 3 Tuyère bicouche avec céramique YSZ : (a) Isothermes, (b) Iso-déplacements  $D_x$ , (c) Iso-déplacements  $D_y$ , (d) Iso-contraintes de Von Mises  $SE_{qv}$ .

## 5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons proposé une étude du couplage thermique entre un écoulement de fluide compressible dans une tuyère à paroi épaisse. Le domaine des températures mises en jeu a montré que le comportement thermomécanique de la paroi (simple ou bicouche) ne peut être négligé. Des changements de la structure de la paroi ont pu être montrés, en particulier au niveau du col et dans le divergent. Ces changements dépendent de la nature des matériaux utilisés et naturellement de leurs dimensions.

## References

- [1] M. C. Cline, Computation of two-dimensional, viscous nozzle flow. *AIAA Journal*, 14(3), 295-296, 1976.
- [2] L. Leister, Y. Burtschell, D. E. Zeitoun, Etude numérique d'un écoulement réactif dans une tuyère surdétendue influence de la température de paroi et de l'altitude, *Mécanique & Industries*, 4, 339-346, 2003.
- [3] Sébastien Chemin. Etude des interactions thermiques fluide-structure par un couplage de codes de calcul. Thèse de Doctorat soutenue à l'Université de Reims Champagne – Ardenne, 2006.
- [4] Q.Y. Liu, Coupling heat transfer and fluid flow solvers for multi-disciplinary simulations. PhD thesis, Mississippi State University, 2003.
- [5] I.A. Gorchach, Thermal stress evaluation of thermo-blast jet nozzle materials. PhD thesis, North-West University, Potchefstroom, 2004.
- [6] J. Zhang and H.L. Wu. Design and simulation for thermal barrier coatings on high temperature engine nozzles. *Acta Armamentarii*, 23(2), 209-211, 2002.
- [7] S. Abboudi, J. Deng et M. Imbert. Thermal wall influence on the behaviour of axisymmetric laminar compressible flow in nozzle, *Journal of Computational and Applied Mechanics*, 8(1), 5-19, 2007.
- [8] A.A. Alexeenko. Modeling of microscale gas flows using the direct simulation Monte Carlo method. PhD thesis, Pennsylvania State University, 2003.
- [9] R.W. MacCormack, B. S. Baldwin. A numerical method for solving the Navier-Stokes equations with application to shock-boundary layer interactions, 13<sup>th</sup> AIAA Aerospace Science Meeting, Pasadena, 1975.
- [10] M. Imbert et D. Zeitoun. Etude numérique d'un écoulement à nombre de Reynolds modéré dans une tuyère, *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 1(4), 595-609, 1982.
- [11] P. Bonnet, Contribution à l'étude des couplages thermiques et mécaniques dans les multilatéraux sous sollicitations thermiques variables. Thèse de Doctorat soutenue à l'Université de Technologie de Belfort - Montbéliard, 1998.